強地震動をうける建築構造物の弾塑性域ランダム応答理論

氏　　　　　名	渡(わた)　邊(なべ)　孝(たか)　英(ひで)
授　与　学　位	工　学　博　士
学位授与年月日	昭和52年3月25日
学位授与の根拠法規	学位規則第5条第1項
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 （博士課程）建築学専攻
学位論文題目	**強地震動をうける建築構造物の弾塑性域ランダム応答理論**
指　導　教　官	東北大学教授　和泉　正哲
論文審査委員	東北大学教授　和泉　正哲　東北大学教授　志賀　敏男 東北大学教授　内山　和夫　東北大学助教授　柴田　明徳

論　文　内　容　要　旨

第1章　序　　論

我が国における建築構造物の安全性は地震時の応答を無視して論ずることはできず，地震に対しての構造物の安全性の評価は大きな問題とされている。この問題の困難さの理由は，まず地震動が動的荷重でありしかも設計時に将来発生する現象を予測しなければならないことである。すなわち入力地震は確定的現象としては捕えることが不可能であり，確率的扱いを必要とする。次に大地震は発生頻度が極めて低く再来年数が長いために，構造物を弾性範囲内に限定することは無駄の多い設計となるため，通常部分的に塑性変形を許容している。したがって構造物の地震応答問題は履歴型非線形系の確率過程としての扱いを必要とする。この問題は理論的扱いが困難な場合が多く，この分野の研究は少なくかつ断片的であり，数値実験が有効な手段となっている。本論文は履歴型非線形系のランダム応答問題に対して理論解析による検討の途を拓き，これによ

り建築構造物の地震応答を確率的に捕えて，その安全性の評価を可能とすることを目的としている。

第２章　地震動の特性およびランダム振動理論に関する既往の研究

ランダム振動理論は振動応答問題と確率過程論を結びつけたもので，建築の分野では地震，風に対する応答問題に適用されている。地震応答問題にランダム振動理論を適用することは，地震動を確率過程として扱い，それが作用する系の応答を確率過程として捕え，その性質を知ろうとするものである。

地震動の確率統計的性質は多くの観測データをもとにモデル化が行われている。また地盤の影響を考慮したモデルもあるが，しかし発震機構や伝播経路の物理的要因に裏付けされたものは少なく，この分野の研究が必要とされている。一方地震動の周波数特性が与えられれば，それを時間領域に変換する数値計算手法はほぼ確立している。ランダム振動理論は線形系の定常応答問題は確立しているが，非定常問題，非線形問題は数式を基にした展開が困難な場合が多く，モンテカルロ法による数値実験が有効な手段となっている。非線形応答問題は限られた条件のもとでは解が得られ，また非線形性が小さい場合は近似解法も有効であるが，一般の問題への適用は充分とはいえない。最近ではマルコフ過程に基礎をおいた解法がいくつか試みられている。

第３章　模擬地震動による構造物の非線形応答特性

構造物の非線形地震応答の特性を把握することを目的に，模擬地震動を用いた数値実験を行っている。模擬地震動はホワイトノイズおよび田治見によるスペクトル特性を持つ定常波を用い，継続時間１５秒，１群の波の数は１０波である。振動体はバイリニア型復元力特性を持つ周期0.5秒と1.0秒の１質点系と３質点せん断系である。応答は変位とエネルギに関した量を算出している。この主な結果は次の通りである。

(1)　降伏力と変位の関係には塑性域剛性K_2の影響が大きく，K_2が零では変位が大きくなるが，塑性域剛性が正であると降伏力がある限度以上では変形は線形応答にほぼ等しい。

(2)　多質点系では降伏力の低い層があるとそこに変形が集中し，他の層の変形が小さくなる。

(3)　系に伝達される総エネルギ量は強度，減衰定数，復元力の形によらずほぼ一定である。

(4)　エネルギの分布は降伏力と減衰定数に大きく依存し，塑性域剛性の影響は小さい。

第４章　履歴型非線形系のランダム応答理論の誘導

本理論は構造物の応答を離散的な時点で離散的な状態量で捕えて，その確率分布を求めようとするものである。この際に応答の状態空間が単純マルコフ連鎖空間であると仮定し，推移確率を

物理的現象から設定している。マルコフ連鎖空間における確率分布は初期分布と推移確率により定めることができる。本論文では応答量として変位と最大変位に関する量を扱っており，これらの確率分布を算出している。

1質点系のn時点後の変位応答の確率は次式で表わすことができる。

$$\{P(y_n=i)\}^T=\{q_i\}^T[q^{(0,1)}][q^{(1,2)}]\cdots[q^{(n-1,n)}]$$
$$=\{P(y_{n-1}=i)\}^T[q^{(n-1,n)}]$$

ここで $\{P(y_n=i)\}$；n時点の時状態iに応答yが存在する確率を要素とするベクトル

$\{q_i\}$；時点0における初期分布ベクトル

$[q^{(t,t+1)}]$；時点tからt+1の間の推移確率マトリックス

T； 転置を表わす

最大変位の確率分布は次のようになる。時点tとt+1の間の推移確率マトリックス $\mathbf{q}^{(t,t+1)}$ の部分マトリックス $\mathbf{q}_o^{(t,t+1)}$，…，$\mathbf{q}_l^{(t,t+1)}$ を次のようにおく。

$$\mathbf{q}_o^{(t,t+1)}=[q_{oo}^{(t,t+1)}]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathbf{q}_l^{(t,t+1)}=\begin{bmatrix} q_{oo}^{(t,t+1)} \cdots\cdots q_{ol}^{(t,t+1)} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ q_{lo}^{(t,t+1)} \cdots\cdots q_{ll}^{(t,t+1)} \end{bmatrix}$$

時点nまでの間で，状態oのみを経験する確率を $P^n_{(o)}$，状態0，1，…， lを経験する確率を $P^n_{(l)}$ とすると，これらは最大変位の確率分布関係であり次のように表わされる。

$$P^n_{(o)}=P(y(t)_{max}\leqq o\ ;\ o\leqq t\leqq n)=a_o,\quad a_o=q_o\prod_{t=o}^{n-1}\mathbf{q}_o^{(t,t+1)}$$

$$P^n_{(l)}=P(y(t)_{max}\leqq l\ ;\ o\leqq t\leqq n)=\sum_i a_i,\quad (a_i)=\begin{Bmatrix} q_o \\ \vdots \\ q_l \end{Bmatrix}^T\prod_{t=o}^{n-1}\mathbf{q}_l^{(t,t+1)}$$

確率密度関数 $p^n(i)$ は次式で求められる。

$$p^n(i)=P^n(i)-P^n(i-1),\quad p^n(o)=P^n(o)$$

次に履歴型復元力特性をもつ構造物の応答変位を，弾性挙動を行う線上（変位レベル）を一つの状態と考え，各状態で弾性挙動をしていて応答がある値（閾値）を越える確率で別の状態へ移ると考える。応答の状態を変位レベルで設定すれば，推移確率はある変位レベルから多の変位レベルへ移る確率となり，推移確率の算出は応答過程の閾値問題として捕えることができる。本論文では，弾性非線形応答の確率密度が線形応答の確率密度を折点で折り曲げた形に近いことから，

線形応答の確率分布をもとに閾値確率を算出している。閾値の算出はエネルギを尺度とし，線形系の弾性エネルギと非線形系の弾塑性エネルギが等しくなるように設定した。閾値確率は，各変位レベルで応答が定常ガウス狭帯域過程とすれば，単位時間に y = a の線を越える確率はライスの定理を用いて次式になる。

$$P(y \geq a) = \frac{\nu_a^+}{2\nu_o^+} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_y^2}\right)$$

ここで ν_a^+ は単位時間に閾値 a を正勾配で横断する数の期待値，σ_y^2 は変位の分散である。変位の分散は定常応答では入力のパワースペクトル S (ω) と各レベルの周波数応答関数 H (ω) を用いて次式で求められる。

$$\sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S(\omega)\, d\omega$$

各変位レベル上で応答を定常ガウス過程で仮定することは，降伏力が高く非線形域に入る回数が少ない場合はこれに近い状態となるが，降伏力が低く非線形性が強い場合は越える確率を大きく与えることになる。このために系全体の総エネルギ量と各レベルの最大変形量をもとに，1ステップ間に飛び移るレベルの数を調整している。エネルギによる調整は，系に伝達されるエネルギが一定であるのでこれを越える現象を除くことである。また最大変形量によるものは，エネルギを尺度に閾値を設定するため閾値を小さ目に評価していることに対する補正の意味がある。

多質点系の応答は，各質点間の層間変位の確率分布として捕え，各質点はそれぞれの変位レベル上で線形振動をしていて，エネルギを尺度とした閾値を越える確率で別の変位レベルに移るものとする。各層の推移確率は線形系の閾値確率をもとに算出し，各質点間の相互作用を1ステップ間のレベルの飛び越し数により評価する。

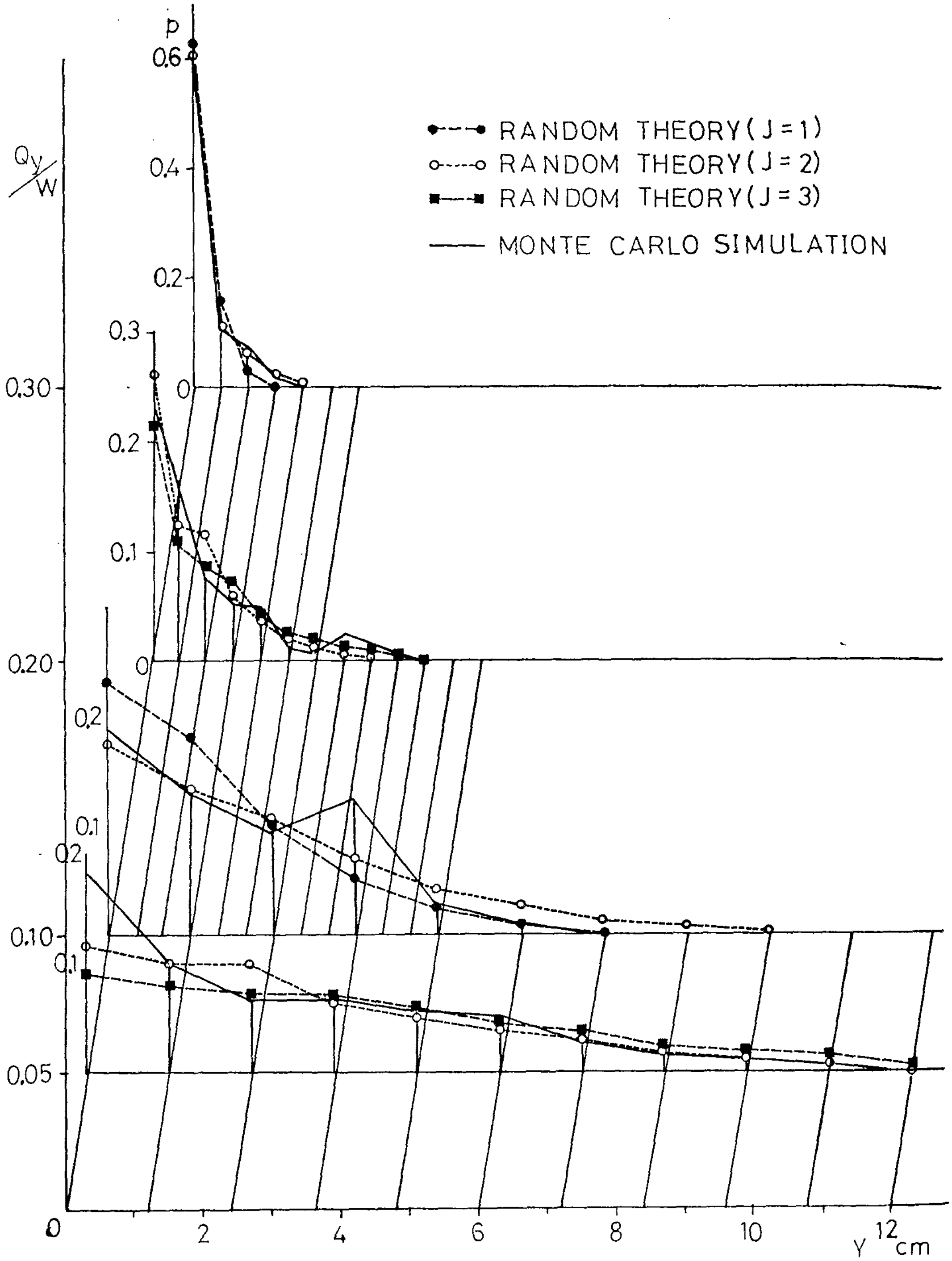
第5章　非線形ランダム応答理論解と数値実験解との対比

前記理論により構造物の変位応答を確率的に求め，模擬地震動を用いた数値実験解と比較検討し理論の妥当性を示す。解析はホワイトノイズおよび特性を持つ定常波を入力したバイリニア型特性を持つ1質点系と3質点系の応答について行っている。さらに実地震動記録を入力した場合について検討している。

結果の一例として，1質点系変位応答の種々の降伏力に対する確率密度を図－1に，最大変位の確率密度を図－2に示す。変位の確率密度は理論値，数値実験値がよく一致している。最大値は数値実験の個数が少ないため分布形状は検討できないがバラツキの様子がよく表わされている。図－3に時間の経過による確率密度の変化を示す。図－4に3質点せん断系の層間変位の確率密度を示す。

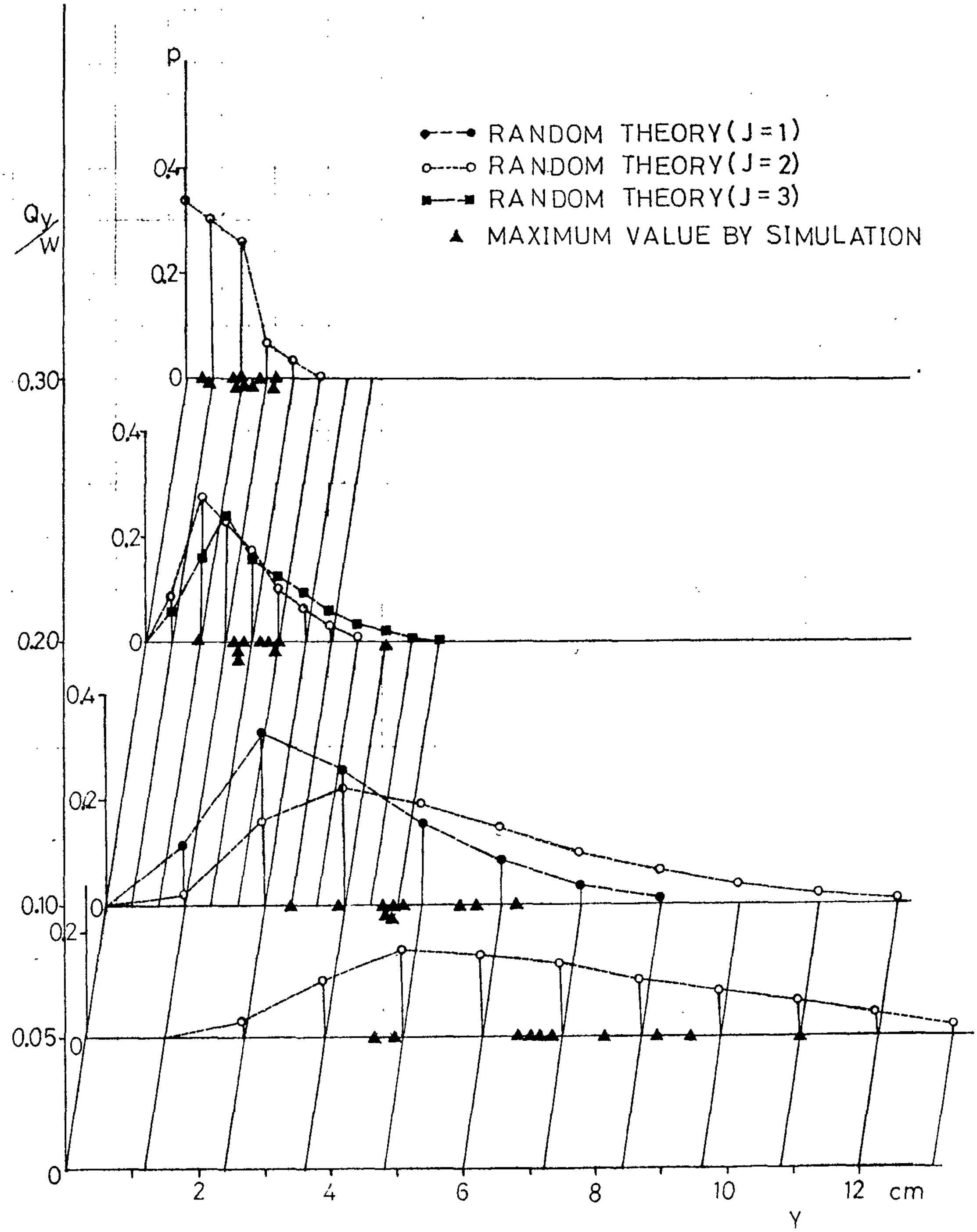
第6章　結　　論

1質点系の履歴型非線形応答問題を閾値問題に変換することにより，変位応答の確率分布を理論的に求めることを可能にした。さらにこれを多質点系に拡張し，非線形系のランダム応答理論を形成した。この理論によりバイリニア型復元力特性をもつ質点系の応答を確率的に求め，数値実験解と比較を行い理論の妥当性を確かめた。さらに実地震動記録を入力とする系の応答を検討する方法を示した。以上より，従来数値実験に頼らざるを得なかった非線形ランダム応答問題に対し，理論解析による検討の可能性を示し，これにより建築構造物の地震応答を確率的に捕え，その安全性を合理的に評価することが可能になると考える。



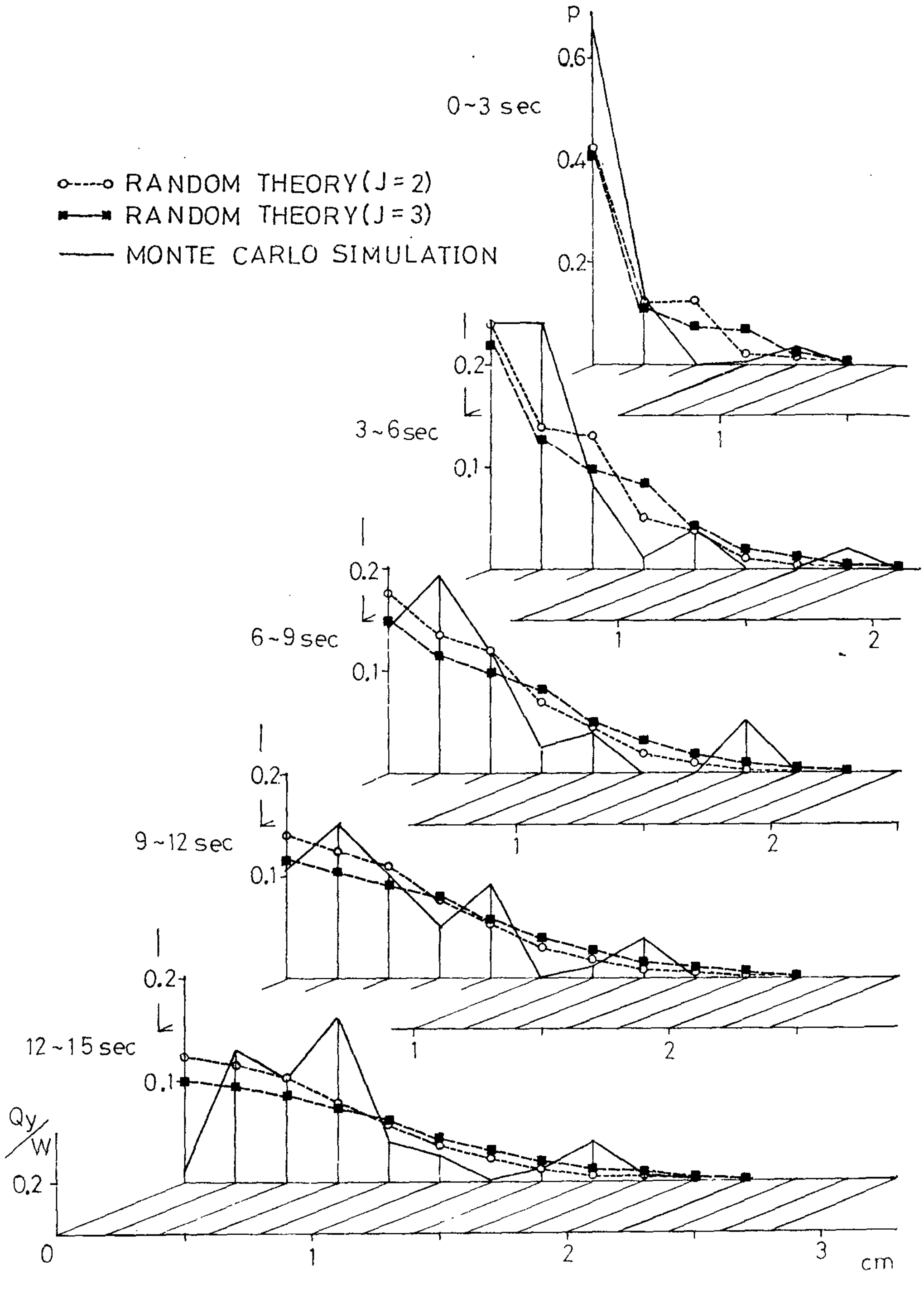
図－1　1質点系変位応答の確率密度

（ホワイトノイズ，T＝0.5 sec，h＝0.05）



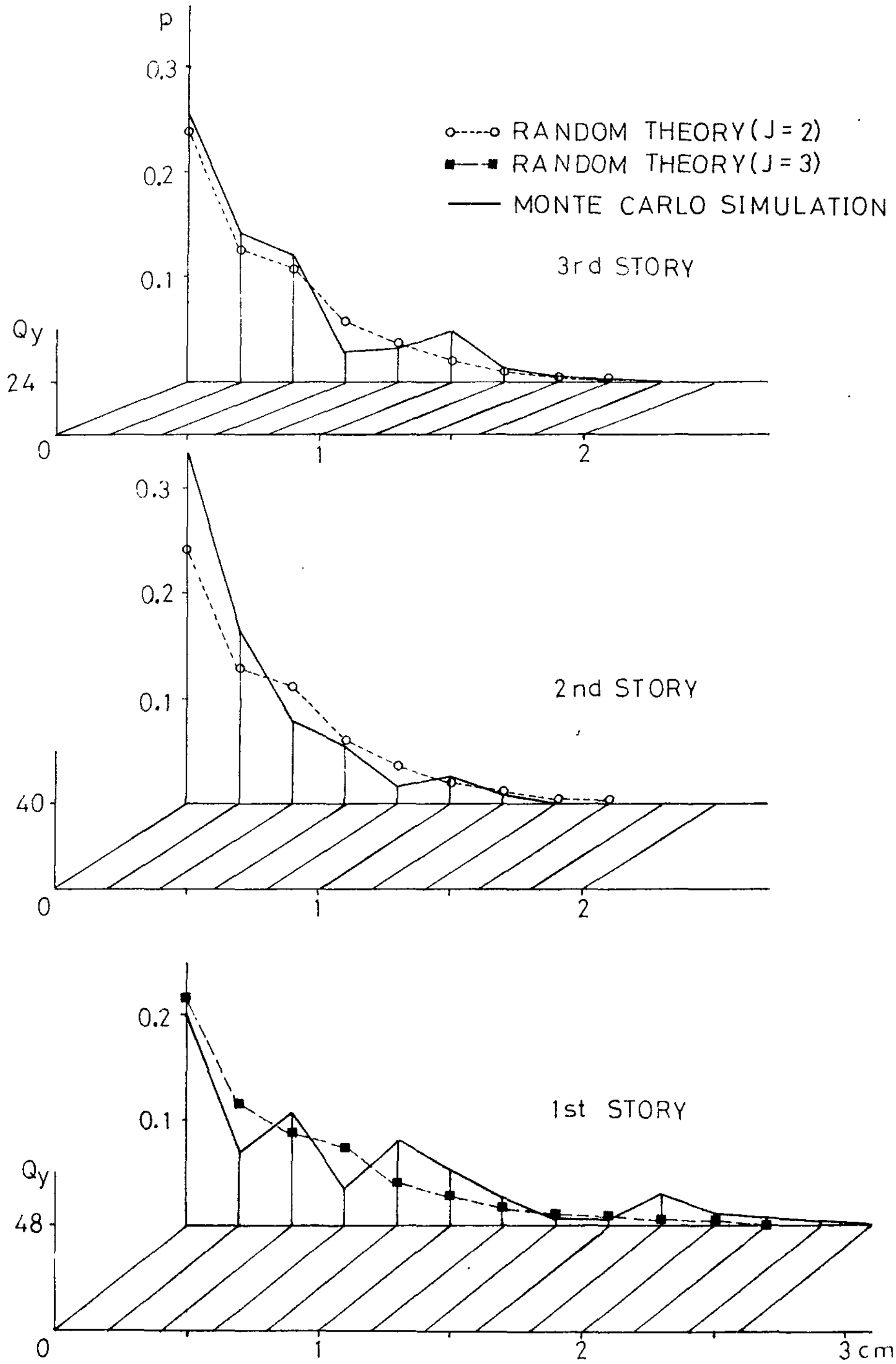
図－２　１質点系最大変位応答の確率密度

（ホワイトノイズ，Ｔ＝0.５ sec ，ｈ＝0.０５）



図－３　１質点系変位応答の確率密度の時間変化

（ホワイトノイズ，Ｔ＝0.5 sec，ｈ＝0.05）



図－4　3質点せん断系層間変位応答の確率密度

（ホワイトノイズ，T＝0.5 sec，h＝0.05）

審 査 結 果 の 要 旨

我が国における建築構造物の安全性は地震時の挙動を無視して論ずることはできない。しかし大地震の発生頻度は極めて低く，これに対する構造物の応答を弾性範囲内に限定するような設計を行えば無駄が多く，通常部分的に塑性設計を許容している。一方設計時に入力地震を確定的現象として捉えることは不可能である。したがって構造物の地震応答は履歴型非線形系の確率過程としての取扱いを必要とする。しかしながらこの分野における既往の研究は少なく，かつ断片的である。

筆者は1質点系の履歴型非線形応答問題を閾値問題に変換することにより，変位応答の確率分布を理論的に求めることを可能とした。さらにこれを相互作用を有する多質点系に拡張し，非線形系のランダム応答理論を形成した。また模擬地震波および実地震動記録を用いて多くの建物の地震応答を数値実験により求め，これを理論解と比較して理論の妥当性を証明し，この理論が建物の非線形地震応答の確率的解析に利用し得ることを示した。本論文はこれらの成果をまとめたもので，全編6章より成る。

第1章は序論である。

第2章において，入力地震動の特性およびランダム振動理論に関する既往の研究を概括的に述べている。

第3章では模擬地震動を用いて建築構造物の非線形応答特性を数値実験により求め，この特性を考察している。

第4章では1質点系の履歴型非線形応答問題の閾値問題への変換手法を示し，バイリニア型特性に適用し，応答を確率過程として解析する理論を展開している。さらに質点間に相互作用を有する多質点系へ拡張している。

第5章では前記理論により建築構造物の応答変位を確率的に求め，模擬地震波および実地震動記録を入力したステップ・バイ・ステップ法による数値実験の結果と比較検討し，理論の妥当性を証明している。

第6章は結論である。

以上要するに本論文は，従来数値実験に頼らざるを得なかった非線形系のランダム振動問題に対して理論解析による検討の途を拓き，これにより建築構造物の地震応答を確率的に捉えることを可能とし，建築耐震工学上多くの貴重な知見を加え，建築学ならびに耐震工学の発展に寄与するところ少なくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。